

KOCKÁZATALAPÚ DÖNTÉSEK TÁMOGATÁSA A MÉRÉSI BIZONYTALANSÁG FIGYELEMBEVÉTELÉVEL

HEGEDŰS CSABA¹

Összefoglalás:

A tevékenységirányításban a döntések nagy része mérési eredményekre épül, azonban ezek a döntések figyelmen kívül hagyják a mérési bizonytalanságot és a hibás döntések következményeit akkor is, ha azok jellemezhetőek és számszerűsíthetőek. A tanulmány rámutat, hogy kizárólag a döntési hibák valószínűségén, a kimenetel megbízhatóságán alapuló döntések eredményességben elmaradnak a lehetséges következményeket is figyelembe vevő és azokat célfüggvénybe építő döntésektől. A döntések meghozatalakor fellépő becslési és mérési bizonytalanság számszerűsítésével és a döntési kritériumok módosításával a szerző új megközelítésbe helyezi a mintavételes és szabályozó kártyás minőségsszabályozást. Gyakorlati példák illusztrálják a mintavételes vizsgálat és a megfeleléségi döntések kockázat-alapú átalakításának hasznát.

Kulcsszavak:

döntés, kockázat, mérési bizonytalanság, mintavétel, szabályozó kártyák.

Summary:

In the operations management most of the decisions based on measurements. However, these decisions do not take the measurement uncertainty and the consequences of the decision errors into account, even if these uncertainties and effects are known. This paper proposes a solution that minimises the risk of the decision and gives the optimal decision rules with the help of simulation of the whole process. The suggested application determines the optimal bounds of the acceptance region and the control rules of the chosen chart considering the cost of decision errors and measurement uncertainty.

Keywords:

decision, risk, measurement uncertainty, sampling, control charts

A tevékenységirányításban (operations management) a döntések jelentős része méréseken alapul, legyen szó termék vagy folyamat megfeleléségének értékeléséről vagy akár állapotfüggő karbantartásról. Ezekre a döntésekre a gyakorlatban megbízhatóság alapon alakítottak ki szabályokat. Azt már korábban bemutattuk, hogy a megbízhatóság-alapú döntések továbbfejleszhetőek a kimenetekhez kapcsolódó következmények és a mérési bizonytalanság figyelembe vételével (Kovács et al., 2010), (Kosztján – Hegedűs, 2011). Ebben a tanulmányban a mintavételes vizsgálatok kockázatalapú átalakítására tesztek javaslatot.

A megfeleléség értékelése és a statisztikai folyamatszabályozás

A megfeleléség értékelésében a mért értéket vetjük össze valamilyen elfogadási határokkal. Ha a mért érték a határokon belül, az elfogadási tartományban van, akkor megfelelőnek ítéljük és elfogadjuk, ha azon kívül esik, akkor nem megfelelőnek ítéljük és visszautasítjuk a terméket. Az elfogadási határ lehet valamilyen műszaki tűréshatár vagy annál szigorúbb szabályozási határ is. A mérési bizonytalanságnak köszönhetően az y mérési eredmény és az x tényleges érték különbözik egymástól. A mérési eredmény alapján döntünk, de a valódi megfelelést a tényleges érték és az elfogadási határok viszonya szabja meg. Ez a kettősség négy döntési kimenetelt okozhat (1. táblázat): helyes elfogadást és helyes visszautasítást, illetve két döntési hibát. Az elsőfajú döntési hiba esetén a valójában jó

¹ Tanársegéd, Pannon Egyetem, Gazdaságtudományi Kar, Menedzsment Intézet, hegeduscs@gtk.uni-pannon.hu.

termékről hisszük a mérési eredmények alapján, hogy az nem megfelelő, és feleslegesen selejtezzük le. Másodfajú döntési hibát követünk el akkor, ha a mérési bizonytalanság elfedi a nem megfelelőséget és elmarad a hibás termék visszautasítása. Ezekhez az esetek r_{ij} bevételeket és c_{ij} költségeket társíthatunk, a kettő különbségeként pedig megkapjuk az egyes döntési kimenetek π_{ij} fajlagos fedezetét. A fajlagos fedezeteket súlyozva azok bekövetkezési valószínűségével megkapjuk a várható (fajlagos) fedezet nagyságát. Ezt a várható fedezetet kell maximalizálni.

1. táblázat

A megfelelőségi döntés négy kimenetele és a hozzájuk kapcsolódó fedezetek

Fedezet		Döntés	
		Megfelelő (1)	Nem megfelelő (0)
Tény	Megfelelő (1)	$\pi_{11}=r_{11} - c_{11}$ Helyes elfogadás	$\pi_{10}=r_{10} - c_{10}$ Felesleges beavatkozás
	Nem megfelelő (0)	$\pi_{01}=r_{01} - c_{01}$ Helytelen elfogadás	$\pi_{00}=r_{00} - c_{00}$ Helyes beavatkozás

Forrás: (Kovács, et al., 2010) alapján.

A statisztikai folyamatszabályozásban (SPC, angolul Statistical Process Control) a folyamatot szabályozottnak mondjuk, ha a korábbi megfigyelésekre alapozva meghatározható annak a valószínűsége, hogy a következő értékek egy adott tartományba esnek (Shewhart, 1931) (Montgomery, 1996). A szabályozó kártyák vezetése és vizsgálata tulajdonképpen egy Neyman-Pearson-féle hipotézisvizsgálat (Neyman – Pearson, 1933): arra keressük a választ, hogy megegyezik-e a folyamatunk a korábbi – szabályozottnak tekintett – folyamattal. Az SPC célja szisztematikus hibák kiküszöbölése és a vizsgált érték ingadozásának csökkentése, és ennek következtében a tűrésmezőbe esés valószínűségének növelése. Az SPC-ben alkalmazott szabályozó kártyáknál már nem tűréshatárokhoz, hanem számított beavatkozási határokhoz viszonyítunk. A szabályozó határon kívül esés nem jelenti selejteket keletkezését, csak a folyamatszabályozás szükségességét. Így költségként nem a selejtezés költsége, hanem a beavatkozás költsége jelenik meg. Ezzel az átalakítással a korábbi fedezetszámítási módszer továbbra is használható.

A gyakorlatban használt SPC módszerek nem veszik explicit módon figyelembe a mérési bizonytalanságot, az egybeolvad a vizsgált jellemző ingadozásával. Emellett nincsenek tekintettel a döntések következményeire, csak az elfogadási tartományba esés valószínűségével, a hipotézisek konfidencia és szignifikancia szintjével foglalkoznak. Ez akkor jelent igazán gondot, ha az egyik döntési hiba a másikhoz képest jelentősen nagyobb hátrányt okoz a vevőnek vagy a termelőnek, de ezt a hátrányt nem veszik figyelembe a döntési szabályok megalkotásánál. A szabályozó kártyák határainak megállapításánál a megfigyelt jellemző általában normál eloszlásúnak feltételezett, de ez a normalitás nem mindig áll fenn (Schippers, 1998). Habár a hagyományos szabályozó kártyák akkor is működnek, ha a normalitás feltétele sérül, az alacsony mintaelemszám (4 vagy az alatti elemszám) jelentősen növelheti a döntési hibát (Schilling – Nelson, 1976). A döntési hibák és következményeik csökkenthetőek, ha a döntési szabályok megalkotásánál figyelembe veszik ezeket a bizonytalanságokat és a kockázatoknak megfelelően módosítjuk az elfogadási és szabályozási határokat.

Mérési bizonytalanság jellemzése és figyelembe vétele

A mérési bizonytalanság egységes kifejezésére már 20 éve létezik ajánlás, az ISO nemzetközi szabványügyi szervezet kiadásában 1993-ban jelent meg az Útmutató a mérési bizonytalanság kifejezéséhez (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, röviden GUM) (BIPM, et al., 1993). Ezt követte 1995-ben és 2008-ban egy-egy javított és bővített kiadás (JCGM, 2008). Ez az útmutató kétféle módon jellemzi a mérendő értékek szóródását: Egyrészt a mérési eredményhez mint valószínűségi változóhoz tartozó szórás értékével, ilyenkor standard bizonytalanságról, vagy több más megfigyelt érték függvényeként megjelenő mérési eredmény (közvetett mérés) esetén eredő standard bizonytalanságról beszélünk. Másrészt a mérési bizonytalanság jellemezhető egy intervallummal, amelynek sugara az eredő standard bizonytalanság és egy k kiterjesztési (vagy átfedési) tényező szorzataként adódik. Ez utóbbi esetben tulajdonképpen egy konfidencia intervallumot kapunk.

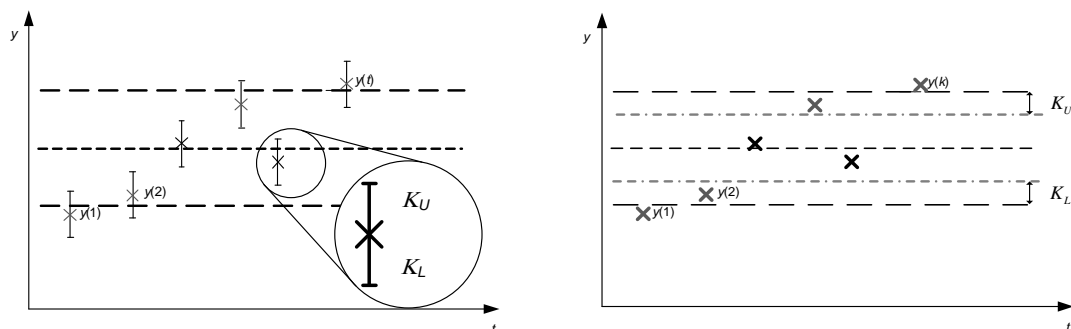
A mérési bizonytalanság káros hatásait kétféle módon csökkenthetjük: Az általában költségesebb, de hatásosabb módszer a bizonytalanság csökkentése új mérési módszerek vagy mérőeszközök alkalmazásával (Kosztyán – Schanda, 2009), (Kosztyán et al., 2010). Ha nincs lehetőség az adott technológiai színvonalon a bizonytalanság csökkentésére, a bizonytalanság figyelembe vétele és a döntések módosítása szintén megoldás lehet. Ez utóbbi megoldás a döntési hibák teljes számának csökkentését kisebb mértékben teszi lehetővé, mint a bizonytalanság eliminálása, de az első- és másodfajú hibák arányát úgy változtatja meg, hogy az a lehető legkedvezőbb legyen a döntéshozó számára.

A GUM nem ad arra javaslatot, hogy ismert mérési eredmény és mérési bizonytalanság esetén hogyan döntsünk a megfelelőségről. Több tanulmány is készült a GUM megjelenése után, amely ezt a problémát tárgyalta. Carbone és szerzőtársai (2003) a mérőeszköz helyes megválasztását javasolták, a mérési bizonytalanság, a folyamat természetes ingadozása és a tűrészmező arányának figyelembe vételével. Forbes (2006) Bayes-döntésként kezelte a problémát és kiegészítette az újramérés lehetőségével. Pendrill (2006) a környezetvédelmi szabályozásokhoz kapcsolódó méréseket alapul véve hangsúlyozta a mérési bizonytalanság és a következmények együttes kezelésének fontosságát. A szabályozó kártyák ilyen szempontok szerinti egységes átalakítására azonban még nem született javaslat.

A gyakorlatban a k kiterjesztési tényező értékét kettőnek vagy háromnak szokták meghatározni a mérési bizonytalanság normál eloszlását feltételezve. Csakúgy, mint az SPC alkalmazánál, itt is igaz, hogy a normális eloszlástól eltérő eloszlás esetén itt is megnövekedhet a döntési hibák nagysága (Vilbaste et al., 2010). Nem elegendő tehát csak a szórásra, vagy a kiterjesztett bizonytalanságra támaszkodni, a teljes eloszlást kell a döntéskor figyelembe venni (Rossi – Crenna, 2006). A kiterjesztett bizonytalanság szimmetrikus eloszlást feltételez, ami szintén nem feltétlenül igaz, ezért a $k \cdot \sigma_m$ szorzat helyett két különböző intervallum használata javasolt. Ahogy arra Kosztyán és Hegedűs (2011) rámutatott ezek az intervallumok már nem csak a mérési bizonytalanságtól, hanem a döntési kockázatoktól is függenek. A mérési eredményhez egy K_L alsó és egy K_U felső korrekciós tényezőt definiáltak (1. ábra), amelyek vagy közvetlenül a mérési ponthoz illeszkednek és ezeket az intervallumokat kell vizsgálnunk az eredeti elfogadási határok között, vagy az eredeti elfogadási határokat toljuk el a korrekciós tagoknak megfelelően. A korrekciós tényezők így befolyásolják a döntés kimenetelét az elfogadások és a visszautasítások, az első- és másodfajú döntési hibák számát.

1. ábra

Megfelelőségi döntések mérési intervallumok alapján K_U és K_L korrekciós tényezők alkalmazásával



Forrás: Kosztyán – Hegedűs, 2011.

A kockázatok és a bizonytalanságok figyelembe vétele mintavételes ellenőrzésekben

Azoknál a vizsgálatoknál, ahol a sokaság minden elemét megmérjük, és egyénileg döntünk az elfogadásukról vagy visszautasításukról, analitikusan (numerikus analízis segítségével) meghatározhatóak a korrekciós tényezők. Mintavételes esetben azonban újabb paraméterek jelennek meg az optimalizálási feladatban. Ha nem kell, nem gazdaságos, vagy roncsolásos vizsgálat esetén nem megengedhető, hogy minden darabot lemérjünk, akkor a mintavétel és a mérés költsége is befolyásolhatja döntésünket abban, hogy milyen gyakran és mekkora mintát vegyünk. Így bővül az újonnan megjelenő két költséggel és két döntési változóval a korábbi mindendarabos vizsgálatra vonatkozó modellünk. Emellett a mérési bizonytalansághoz egy becslési bizonytalanság is társul, mivel a minta alapján becsljük a teljes sokaság statisztikai jellemzőit. Ezt a bonyolultabb modellt már célszerű szimulációk futtatásával és az eredmények kiértékelésével vizsgálni.

A szimuláció bemeneti változói a mérési bizonytalanság, a mért értékek, a termékjellemzőkre előírt tűréshatárok, a négy döntési kimenetelhez tartozó költségek és bevételek. A mintavételi gyakoriságra – pontosabban a két mintavétel között legyártott vagy beérkezett termékek N számára – és az n mintaelemszámra előzetesen megadhatunk korlátozó feltételeket, ezzel lehatárolhatjuk, milyen sokaság-minta párosokat szeretnénk vizsgálni. A mérési bizonytalanság (az eloszlás típusával és paramétereivel) meghatározható a rendszeres kalibrálási tevékenység során, a mérési eredmények eloszlása (az eloszlás típusával és paramétereivel) pedig a korábbi megfelelőség-vizsgálatok adataiból kinyerhető.

A szimuláció első lépésében tényleges és mért értékpárokat generálunk. A szimuláció során feltesszük, hogy a vizsgált jellemző x tényleges értéke kiszámítható az y mért érték és az m mérési hiba különbségeként. A tényleges érték eloszlása meghatározható mért érték és a mérési bizonytalanság eloszlásából dekonvolúció segítségével. Az x tényleges érték az LCL alsó és az UCL felső beavatkozási határokhoz viszonyított elhelyezkedése adja meg a tényleges megfelelőséget, az $LCL + K_L \leq y \leq UCL - K_U$ összefüggés pedig az elfogadási szabályt. Minden egyes (N, n) sokaság-mintaelemszám párosra megtalálhatjuk a szimuláció segítségével a két korrekciós tényező (K_L és K_U) optimális értékét, amely korrekciós tényező értékek a maximális várható fedezetet eredményezik. Majd az egyes mintavételi tervek esetén elérhető fedezetek és a mintavételi tervek mintavételezési és mérési költsége alapján kiválaszthatjuk a legjobb vizsgálati és szabályozási tervet.

További bizonytalanságokat is figyelembe vehetünk a szimulációban, amennyiben azokat jellemezni tudjuk. Ha a vizsgált termék- vagy folyamatjellemző a mérés után változik, de ez a változás leírható az idő vagy a korábban mért érték sztochasztikus függvényeként, akkor ez a sztochasztikus összefüggés beépíthető az előző szimulációba. Időben változó jellemző lehet például a palackok, gázpatronok töltőtömegének csökkenése, vagy oldatok koncentrációjának változása. A korábban mért értéktől függ a gyártási technológia későbbi megmunkáló fázisai után ugyanarra a jellemzőre kapott érték.

Az eredmények bemutatása egy gyakorlati példán keresztül

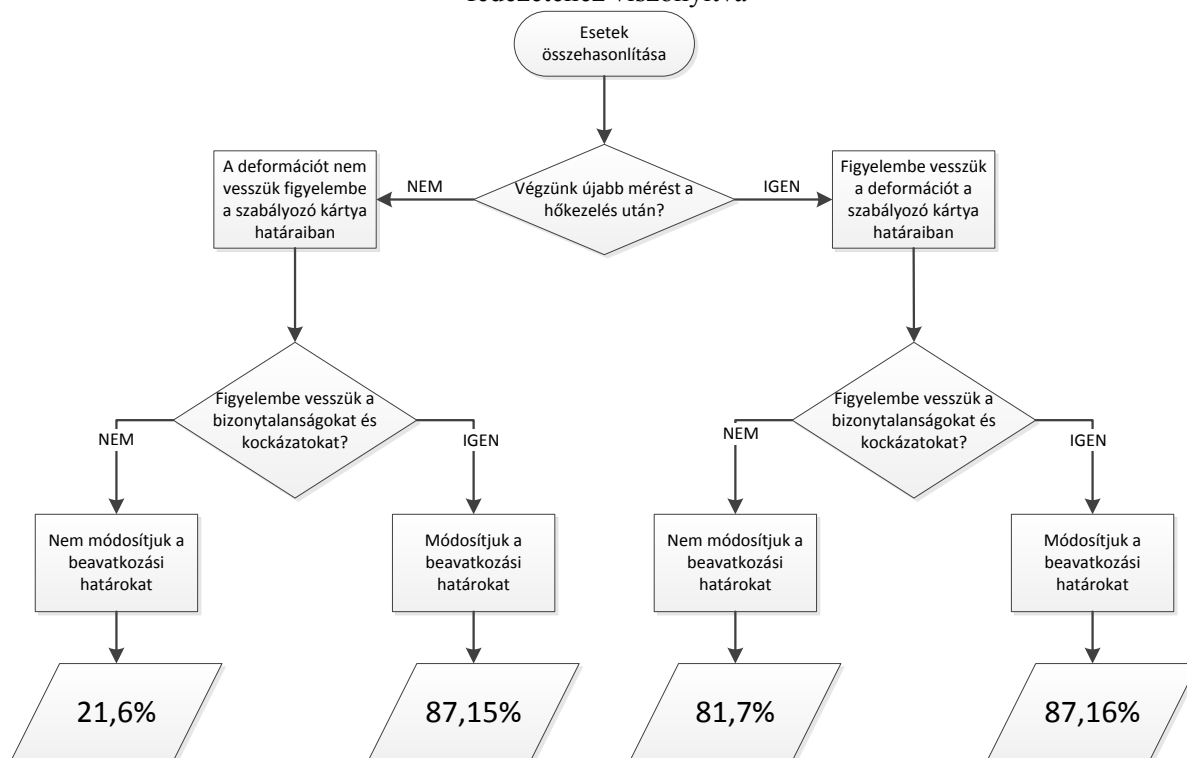
A gyakorlati példában egy alumínium ötvözetből készült, személyautókban használt, első felfüggesztés egyik jellemzőjének SPC-vel, átlag kártyával végzett megfeleléségszabályozása szemlélteti a javasolt módszer alkalmazhatóságát. Ez a felfüggesztés köti össze a futómű forgó részeit a lengéscsillapítóval. A vizsgált jellemző a felfüggesztés főtengelyétől való eltérés mértéke a csatlakozásnál, amelynek előírt értéke $0 \pm 0,7$ mm tűréshatárral. Amennyiben túllépi ezt az értéket az eltérés, megghiúsítja a felfüggesztés és a lengéscsillapító összeillesztését, selejtté válik az öntvény és beolvasztásra kerül. Az előzetes vizsgálatok alapján a vizsgált jellemző szóródása normál eloszlást követ $\mu_y=0,266$ várható értékkel és $\sigma_y=0,1459$ szórással. A mérés és a szabályozó kártya vezetése a hőkezelés és megeresztés előtt történik. A hőkezelés biztosítja a megfelelő keménységet és rugalmasságot az öntvény számára. Az eljárás során azonban a korábban mért főtengelyhez képesti eltérés megváltozik, a munkadarab kismértékű deformáción megy át. A hőkezelés előtt és után mért értékek között lineáris kapcsolat van, hányadosuk normális eloszlással jellemezhető ($\mu_{def}=1,03$ és $\sigma_{def}=0,4$). A mérési bizonytalanság viszonylag magas, mert a méréskor az öntvény pozicionálása nem tökéletes. A mérési bizonytalanság szintén közelíthető normális eloszlással, $\underline{\mu}_m=0$ várható érték és $\sigma_m=0,0332$ szórás paraméterekkel. A négy döntési kimenetelhez $\pi_{11}=4,5$; $\pi_{10}=-9,75$; $\pi_{01}=-12,75$ és $\pi_{00}=-8,25$ fedezetek tartoznak.

Négy esetet hasonlítottunk össze a szimulációban az alábbi döntési fa logikáját követve (2. ábra). Az első lépésben arról döntünk, hogy a deformáció létezésének tudatában a hőkezelés után újra számítjuk-e a szabályozó határokat az átlagkártya hagyományos szabályai szerint. A következő lépésben pedig arról, hogy a deformációból adódó, a becslési és a mérési bizonytalanság, valamint a döntés kockázatának figyelembe vételével módosítjuk-e a határokat K_L és K_U korrekciós tényezőkkel. Az eredmények az ideális döntés fedezetének százalékában láthatóak. Ideálisnak az a döntés tekinthető, amelyet semmilyen bizonytalanság nem terhel, a tényleges érték alapján nyilvánítjuk megfelelőnek vagy nem megfelelőnek a terméket.

Ha csak a hőkezelés előtt vizsgáljuk meg a terméket és figyelmen kívül hagyjuk a bizonytalanságokat és a kockázatokat, akkor az ideális döntés fedezetének 21,6%-át érjük csak el. Ha továbbra sem vesszük figyelembe a kockázatokat és bizonytalanságokat, de a hőkezelés után (is) mérünk, és annak megfelelően döntünk, ez az érték 81,7%-ra nő. Ha a mérési, becslési és a deformációból adódó bizonytalanság, valamint a döntési következmények figyelembevételével módosítjuk a határokat, akkor 87,15% körüli értéket érünk el függetlenül attól, hogy a hőkezelés előtt vagy után mértünk. Ez a fedezeti érték 302,6%-os javulását jelenti a mindent figyelmen kívül hagyó hőkezelés előtti szabályozáshoz képest és 6,86%-os javulást a hőkezelés után alkalmazott klasszikus szabályozó kártyával elért eredményhez képest.

2. ábra

Fedezetek a bizonytalanságok és kockázatok figyelembevételének függvényében az ideális eset fedezetéhez viszonyítva



Összefoglalás és következtetések

A mérési bizonytalanság miatt hibásak lehetnek döntéseink, és ezek a hibák csökkentik a döntéshez kapcsolódó fedezetet. A döntések javítása érdekében nem elegendő csak valószínűség alapon kezelni a mérési bizonytalanságot és a döntési kimeneteket, a következmények mérlegelését is be kell építeni a döntési szabályrendszerbe. A következmények és bekövetkezési valószínűségek együttes figyelembevételével egy kockázatalapú döntés hozható létre.

Mintavételes esetben a mérési bizonytalanság mellett egy becslési bizonytalanság is megjelenik. A tanulmányban javasolt K_L és K_U elfogadási határookra vonatkozó korrekciós tényezők kockázatalapú meghatározása együttesen kezeli ezt a két bizonytalanságot, sőt minden olyan további bizonytalanságot, amely jellemezhető és a döntésre gyakorolt hatása számszerűsíthető. Ha a nagy költségű termelési fázisok előtt képesek vagyunk a termelési/megmunkálási fázis a megfelelőség szempontjából fontos jellemzők értékére gyakorolt hatását modellezni, akkor már e fázis elvégzése előtt riasztást kaphatunk a nem megfelelővé válás kockázatáról. Ezzel a feleslegesen elvégzett műveletek idő- és erőforrás-szükségletét megtakaríthatjuk úgy, hogy a modellezésen alapuló döntéseink nem lesznek rosszabbak annál, mintha a termelési fázist követően végeztük volna el a megfelelőségi vizsgálatot. Mivel sem az értékek normalitása, sem az eloszlás szimmetrikussága nem feltétel a szimulációs módszer alkalmazhatóságánál, így a klasszikus szabályozó kártyák erre vonatkozó érzékenységét is javítani tudjuk a beavatkozási határok optimális módosításával.

Irodalomjegyzék

- BIPM et al. (1993): Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Geneva: International Organisation for Standardisation.
- Carbone, P., – Macii, D. – Petri, D. (2003): Measurement uncertainty and metrological confirmation in quality-oriented organizations. *Measurement*, Volume 34, 263–271.
- Forbes, A. B. (2006): Measurement uncertainty and optimized conformance assessment. *Measurement*, Volume 39, 808–814.
- JCGM (2008): Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement, Paris: Joint Committee for Guides in Metrology.
- Kosztyán, Z. T. – Eppeldauer, G. P. – Schanda, J. D. (2010): Matrix-based color measurement corrections of tristimulus colorimeters. *Applied Optics*, 49(12), 2288–2301.
- Kosztyán, Z. T. – Hegedűs, C. (2011): A mérési bizonytalanság kockázat alapú kezelése megfelelőségi döntésekben ipari körülmények között. *Sigma*, XLII(1-2), 43–55.
- Kosztyán, Z. T. – Schanda, J. (2009): Adaptive Statistical Methods for Optimal Color Selection and Spectral Characterization of Color Scanners and Cameras. *Journal of Imaging Science and Technology*, 53(1), 010501-1–010501-10.
- Kovács, Z. – Kosztyán, Z. T. – Csizmadia, T. – Hegedűs, C. (2010): Mérési bizonytalanság figyelembevétele a megfelelőség értékelésekor. *Minőség és Megbízhatóság*, Issue 2, 87–93.
- Montgomery, D. C. (1996): *Introduction to Statistical Quality Control*. 3rd ed. s.l.:John Wiley & Sons.
- Neyman, J. – Pearson, E. S. (1933): On the Problem of the Most Efficient Tests of Statistical Hypotheses. *Philosophical Transaction of the Royal Society London A*, 231(694-706), 289–337.
- Pendrill, L. R. (2006): Optimised measurement uncertainty and decision-making when sampling by variables or by attribute. *Measurement*, Volume 39, 829–840.
- Rossi, G. B. – Crenna, F. (2006): A probabilistic approach to measurement-based decision. *Measurement*, Volume 39, 101–119.
- Schilling, E. G. – Nelson, P. R. (1976): The Effect of Non-Normality on the Control Limits of X-charts. *Journal of Quality Technology*, 8(4), 183–188.
- Schippers, W. A. (1998): Applicability of statistical process control techniques. *International Journal of Production Economics*, 20 September, Volume 56-57, 525–535.
- Shewhart, W. A. (1931): *Economic control of quality of manufactured product*. New York: D Van Nostrand Company.
- Vilbaste, M. et al. (2010): Can coverage factor 2 be interpreted as an equivalent to 95% coverage level in uncertainty estimation? Two case studies. *Measurement*, Vol. 43., 392–399.